受験番号								氏名	

【解答例】

令和８年度前期日程試験解答用紙（数学）

〔注意事項〕

・監督者の指示があるまで解答用紙を開いてはいけません。

・全てのページの所定欄に受験番号、氏名を記入しなさい。

令和８年度前期日程試験解答用紙（数学）

第１問

(1) 偽

$y = ax + b$ と直交する直線の傾きは $-\dfrac{1}{a}$。よって，直交するグラフの１次関数の x の係数は $-a$ ではなく $-\dfrac{1}{a}$ でなければならない。

(2) 偽

解が重解の場合は $f(x)$ の最小値は 0 であり負になることはない。よって，不等式 $f(x) < 0$ は解を持たない。

(3) 偽

$a = -1$ のとき $|a|^3 = 1$ は成り立つが $a^3 = -1$ であり，$a^3 = 1$ は成り立たない。よって十分条件ではない。(必要条件である)

(4) 偽

反例を示す。データ $1, 5, 5, 5, 5, 5, 5$ の第 1 四分位数は 5 である。平均値 $\dfrac{1 + 5 \times 6}{7} = \dfrac{31}{7} < 5$ であるのでこの例では平均値が第 1 四分位数より小さい。

(5) 真

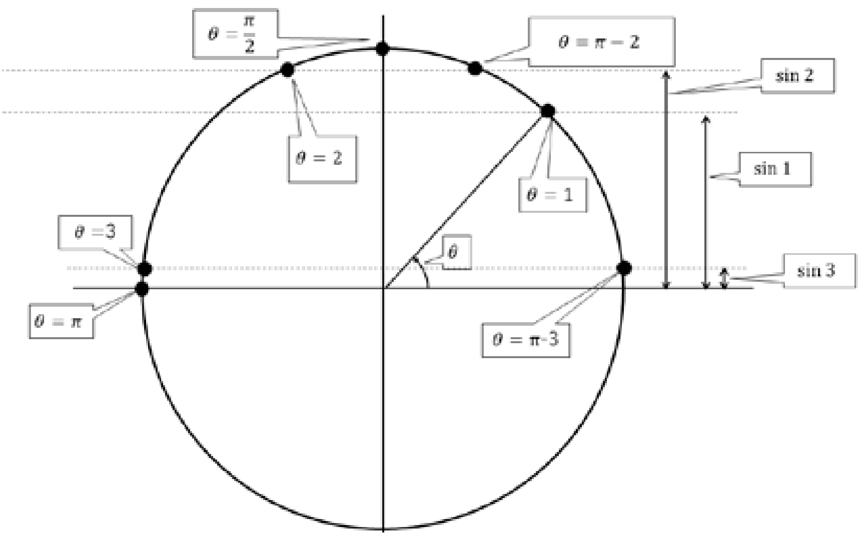
$3 < \pi < 3.5$ であるから，$0 < \pi - 3 < 0.5$，$1 < \pi - 2 < 1.5$，$1.5 < \dfrac{\pi}{2}$ がいえる。これらを組み合わせると $0 < \pi - 3 < 0.5 < 1 < \pi - 2 < 1.5 < \dfrac{\pi}{2}$ となる。よって，$0 < \pi - 3 < 1 < \pi - 2 < \dfrac{\pi}{2}$ である。

θ が鋭角の場合は θ が増加するにつれて $\sin\theta$ も増加するので，$\sin(\pi - 3) < \sin 1 < \sin(\pi - 2)$ である。

$\sin(\pi - \theta) = \sin\theta$ であるから，$\sin 3 < \sin 1 < \sin 2$ である。

補足 (下図は図で説明する場合の例。図は書かなくても文章だけで満点を与える)

単位円上での弧度法での中心角 0，1，2，3，$\pi - 3$，$\pi - 2$，$\dfrac{\pi}{2}$，π に対応する位置を考える。$0 < \pi - 3 < 1 < \pi - 2 < 1.5 < \dfrac{\pi}{2}$ であるから次図のようになる。それぞれの位置の y 座標が sin の値である。



$\sin 3 < \sin 1 < \sin 2$ だとわかる。

第１問 得　点	

第２問

(1) ${}_7\mathrm{P}_3 = 210$(個)

(2) 一の位が 5 となる確率のため $\dfrac{1}{7}$

(3) 234 未満になるのは百の位が 1 のときの 30 個, 百の位が 2 で十の位が 1 のときの 5 個と 231 のときだから，36 個。
したがって 234 以上になる確率は $(210 - 36) \div 210 = \dfrac{29}{35}$

(4) 各カードはそれぞれの桁で 30 回ずつ現れる。
百の位の合計は 84000, 十の位の合計は 8400, 一の位の合計は 840
したがって期待値は $(84000 + 8400 + 840) \div 210 = 444$

第２問 得　点	

第３問

(1) 対数の定義により，求める値は 4 である。

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{27}} = \dfrac{1}{\sqrt{3^3}} = 3^{-\frac{3}{2}}$ であるから，求める値は $-\dfrac{3}{2}$ である。

(3) $\log_a b = p$ とすると，$a^p = b$ であるから，両辺の $c\ (\fallingdotseq 1)$ を底とする対数をとると，$\log_c a^p = \log_c b$ となる。この左辺を対数の性質を利用し整理すれば，$p \log_c a = \log_c b$ を得る。ここで，$a \fallingdotseq 1$ より，$\log_c a \fallingdotseq 0$ であるから，これで両辺を割って，

$$p = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

を得る。よって，

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

が成り立つ。

(4) 各数を簡潔にする。

- $\log_3 7 \cdot \log_7 10 \cdot \log_{10} 3$ について，(3) を用いてすべて底 3 で表すと，$\log_3 7 \cdot \dfrac{\log_3 10}{\log_3 7} \cdot \dfrac{\log_3 3}{\log_3 10} = 1$
- $2.5 \log_{10} 2.5 = \dfrac{5}{2} \log_{10} \dfrac{5}{2} = \dfrac{1}{2} \log_{10} \left(\dfrac{5}{2}\right)^5 = \dfrac{1}{2} \log_{10} \dfrac{3125}{32}$ であり，この真数は 100 より小さい。よって，いま注目している数は $\dfrac{1}{2} \log_{10} 100$，つまり，1 より小さい。
- (1) より，$3^{\log_3 4} = 4$ であるから，$3^{\log_3 4} \cdot \log_{10} 2 = 4 \log_{10} 2 = \log_{10} 2^4 = \log_{10} 16 > 1$ である。

したがって，小さい順に，$2.5 \log_{10} 2.5$，$\log_3 7 \cdot \log_7 10 \cdot \log_{10} 3$，$3^{\log_3 4} \cdot \log_{10} 2$ である。

第３問 得　点	

第４問

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = (-1, -2, 1)$
$\overrightarrow{\mathrm{AC}} = (2, 2, 0)$
$\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = (-1) \times 2 + (-2) \times 2 + 1 \times 0 = -6$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ のなす角を $\theta (0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ)$ とおくと，
$$\cos\theta = \frac{\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}}}{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}||\overrightarrow{\mathrm{AC}}|} = -\frac{6}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{8}} = -\frac{3}{2\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$\theta = 150^\circ$
$\triangle$ABC の面積 S について，
$$S = \frac{1}{2}|\overrightarrow{\mathrm{AB}}||\overrightarrow{\mathrm{AC}}| \sin\theta = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{8} \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3}$$

(3) 点 D を $\mathrm{D}(x, y, z)$ とおくと， $\overrightarrow{\mathrm{AD}} = (x-4, y-5, z-4)$ である。
$\overrightarrow{\mathrm{AB}} \perp \overrightarrow{\mathrm{AD}}$ より
$\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AD}} = 0 \cdots\cdots ①$
$(-1) \times (x-4) + (-2) \times (y-5) + 1 \times (z-4) = 0$
$-x - 2y + z + 10 = 0 \cdots\cdots ②$
$\overrightarrow{\mathrm{AC}} \perp \overrightarrow{\mathrm{AD}}$ より
$\overrightarrow{\mathrm{AC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AD}} = 0 \cdots\cdots ③$
$2 \times (x-4) + 2 \times (y-5) + 0 \times (z-4) = 0$
$x + y = 9$
$y = 9 - x \cdots\cdots ④$
④ を ② に代入して，
$z = -x + 8 \cdots\cdots ⑤$
四面体 ABCD の体積 V について，$\triangle$ABC を底面とすると高さは AD であるから，
$$V = \frac{1}{3}|\overrightarrow{\mathrm{AD}}| \cdot S = 1 \cdots\cdots ⑥$$
$$\frac{1}{3}|\overrightarrow{\mathrm{AD}}| \cdot \sqrt{3} = 1$$
$|\overrightarrow{\mathrm{AD}}| = \sqrt{3}$
$\sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2 + (z-4)^2} = \sqrt{3}$
これに ④，⑤ を代入して，
$\sqrt{3(x-4)^2} = \sqrt{3}$
$\sqrt{(x-4)^2} = 1$
$x = 3, 5$

よって ④，⑤ より，点 D のとり得る座標は，(3, 6, 5) または (5, 4, 3)

第４問 得　点	