

数 学

(数 I ・ 数 II ・ 数 A ・ 数 B ・ 数 C)

(注意事項)

1. 解答開始の指示があるまで問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子と解答用紙は別になっています。
3. 解答用紙の各ページの所定欄に受験番号、氏名を記入しなさい。
4. 計算等が必要な場合は問題冊子の余白を利用しなさい。
5. 試験終了後は問題冊子を持ち帰りなさい。

数学

第 1 問

以下の命題の真偽を述べよ。また、その理由を説明せよ。図を用いて説明してもよい。

- (1) 実数の定数 $a, b (a > 0)$ について、 $y = ax + b$ のグラフと $y = -ax + b$ のグラフは直交する。
- (2) 実数の定数 $a, b, c (a > 0)$ について、2 次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ を考える。方程式 $f(x) = 0$ が実数解をもつならば、不等式 $f(x) < 0$ も解をもつ。
- (3) a が実数のとき、 $|a|^3 = 1$ は、 $a^3 = 1$ であるための十分条件である。
- (4) どのようなデータでも、平均値は第 1 四分位数より大きい。
- (5) 弧度法で表された 3 つの角度 1, 2, 3 について、 $\sin 3 < \sin 1 < \sin 2$ である。

第2問

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7の数字が書かれた7枚のカードの中から3枚のカードを無作為に取り出して左から順に並べ、3桁の整数をつくる。ただし、取り出したカードはもとに戻さないものとする。このとき、以下の問に答えよ。

- (1) つくられる整数は全部で何個あるか求めよ。
- (2) つくられる整数が5で割り切れる確率を求めよ。
- (3) つくられる整数が234以上になる確率を求めよ。
- (4) つくられる整数の期待値を求めよ。

数学

第3問

a, b, c は正の数で, $a \neq 1, c \neq 1$ とする。以下の問に答えよ。

(1) $a^{\log_a 4}$ の値を求めよ。

(2) $\log_3 \frac{1}{\sqrt{27}}$ の値を求めよ。

(3) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ が成り立つことを示せ。

(4) 次の3つの数を小さいほうから順に左から並べよ。理由も簡潔に示すこと。

$$\log_3 7 \cdot \log_7 10 \cdot \log_{10} 3, \quad 2.5 \log_{10} 2.5, \quad 3^{\log_3 4} \cdot \log_{10} 2$$

第4問

座標空間内に3点 $A(4, 5, 4)$, $B(3, 3, 5)$, $C(6, 7, 4)$ がある。以下の間に答えよ。

- (1) 内積 $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- (3) $\vec{AB} \perp \vec{AD}$ かつ $\vec{AC} \perp \vec{AD}$ を満たす点 D がある。四面体 $ABCD$ の体積が1のとき、点 D のとり得る座標をすべて求めよ。