受験番号								氏名	

平成31年度前期日程試験解答用紙（数学）

〔注意事項〕

・監督者の指示があるまで解答用紙を開いてはいけません。

・全てのページの所定欄に受験番号、氏名を記入しなさい。

受験番号							氏名	

平成31年度前期日程試験解答用紙（数学）

第1問

(1) $f(x)=-2(x-1)^2+6$ より，$y=f(x)$ の頂点は点 $\mathrm{A}(1,6)$ であるから，$y=f(x)$ のグラフは $y=-2x^2$ のグラフを x 軸方向に 1，y 軸方向に 6 平行移動したものである。同様に，$g(x)=-2(x+1)^2+5$ より，$y=g(x)$ の頂点は点 $\mathrm{B}(-1,5)$ であるから，$y=g(x)$ のグラフは $y=-2x^2$ のグラフを x 軸方向に -1，y 軸方向に 5 平行移動したものである。よって，$y=g(x)$ のグラフは $y=f(x)$ のグラフを x 軸方向に -2，y 軸方向に -1 平行移動したものである。

(2) 線分 AB の中点を P とすると，P の座標は $\left(0,\dfrac{11}{2}\right)$ である。また，A と B を通る直線の傾きは $\dfrac{1}{2}$ である。よって，線分 AB の垂直二等分線は，$\mathrm{P}\left(0,\dfrac{11}{2}\right)$ を通り，傾き -2 の直線であるから，次式で表される。

$$y-\frac{11}{2}=-2(x-0)$$
$$y=-2x+\frac{11}{2}$$

(3) 点 C は (2) で求めた垂直二等分線上の点であるから，その座標は $\left(a,-2a+\dfrac{11}{2}\right)$ で表すことができる。

線分 AP の長さは，$\sqrt{(1-0)^2+\left(6-\dfrac{11}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ である。また，$\triangle\mathrm{APC}$ は $\angle\mathrm{APC}=90^\circ,\angle\mathrm{CAP}=60^\circ$ の直角三角形であるから，線分 CP の長さは $\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{5}}{2}=\dfrac{\sqrt{15}}{2}$ である。よって，次式が成り立つ。

$$\frac{\sqrt{15}}{2}=\sqrt{(a-0)^2+\left\{\left(-2a+\frac{11}{2}\right)-\frac{11}{2}\right\}^2}$$
$$a=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

以上より，点 C の座標は $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{11}{2}-\sqrt{3}\right)$，$\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{11}{2}+\sqrt{3}\right)$

第1問 得　点	

受験番号								氏名	

平成31年度前期日程試験解答用紙（数学）

第２問

(1) 988 と 286 の最大公約数を求める。

$$\begin{aligned} 988 &= 286 \times 3 + 130 \\ 286 &= 130 \times 2 + 26 \\ 130 &= 26 \times 5 + 0 \end{aligned}$$

であるから，ユークリッドの互除法により，988 と 286 の最大公約数は 26 である。したがって，

$$\frac{286}{988} = \frac{11}{38}$$

(2) $2019 = 3 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 4 \times 8 + 3$ なので，

$$2019_{(10)} = 3743_{(8)}$$

(3) n 桁の正の整数 p は，

$$p = \sum_{k=1}^{n} 10^{k-1} a_k$$

と書くことができる。ここで，正の整数 $k\,(k \geqq 1)$ に対して

$$10^{k-1} = (10^{k-1} - 1) + 1$$

であるから，p は

$$\begin{aligned} p &= \sum_{k=1}^{n} \left\{ (10^{k-1} - 1) + 1 \right\} a_k \\ &= \sum_{k=1}^{n} \left(10^{k-1} - 1 \right) a_k + \sum_{k=1}^{n} a_k \end{aligned}$$

である。1 以上の正の整数 k について $(10^{k-1} - 1)$ は 9 の倍数であるから，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ が 9 の倍数ならば，p は 9 の倍数である。

第２問 得　点	

受験番号								氏名	

平成31年度前期日程試験解答用紙（数学）

第3問

(1)

$$\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (ax+b)dx = \left[\frac{1}{2}ax^2 + bx\right]_0^1 = \frac{a}{2} + b$$

したがって,

$$\left\{\int_0^1 f(x)dx\right\}^3 = \left(\frac{a}{2} + b\right)^3 = \frac{1}{8}a^3 + \frac{3}{4}a^2b + \frac{3}{2}ab^2 + b^3$$

(2)

$$\begin{aligned}\int_0^1 \{f(x)\}^3 dx &= \int_0^1 (ax+b)^3 dx \\ &= \int_0^1 \left(a^3x^3 + 3a^2bx^2 + 3ab^2x + b^3\right) dx \\ &= \left[\frac{1}{4}a^3x^4 + a^2bx^3 + \frac{3}{2}ab^2x^2 + b^3x\right]_0^1 \\ &= \frac{1}{4}a^3 + a^2b + \frac{3}{2}ab^2 + b^3\end{aligned}$$

(3)

$$\int_0^1 \{f(x)\}^3 dx - \left\{\int_0^1 f(x)dx\right\}^3$$

$$= \left(\frac{1}{4}a^3 + a^2b + \frac{3}{2}ab^2 + b^3\right) - \left(\frac{1}{8}a^3 + \frac{3}{4}a^2b + \frac{3}{2}ab^2 + b^3\right)$$

((1) と (2) の計算結果より)

$$= \frac{1}{8}a^3 + \frac{1}{4}a^2b \qquad \text{(A)}$$

ここで, $a < 0$ かつ $b \geqq -a$ より，式 (A) について以下が成り立つ。

$$\begin{aligned}\frac{1}{8}a^3 + \frac{1}{4}a^2b &\geqq \frac{1}{8}a^3 + \frac{1}{4}a^2 \times (-a) \\ &= -\frac{1}{8}a^3 > 0\end{aligned}$$

ゆえに,

$$\left\{\int_0^1 f(x)dx\right\}^3 < \int_0^1 \{f(x)\}^3 dx$$

第3問 得　点	

受験番号								氏名	

平成31年度前期日程試験解答用紙（数学）

第 4 問

(1) $a_n = 2n-1$

(2) 第 k 群には $2k-1$ (個) の項が入ることから，第 1 群から第 m 群までに入る項の個数の和は次式で求まる。

$$\sum_{k=1}^{m}(2k-1) = m^2$$

(3) (2) より，第 1 群から第 19 群までに入る項の個数は $19^2 = 361$ である。よって，第 20 群の先頭から数えて 19 番目の項は，数列 $\{a_n\}$ における $361+19=380$ 番目の項である。以上より，求める項の値は $a_{380} = 2\times 380 - 1 = 759$ である。

(4) $k \geqq 2$ のとき，(2) より，第 k 群の先頭から数えて k 番目の項は，数列 $\{a_n\}$ の

$$(k-1)^2 + k = k^2 - k + 1$$

番目の項である。したがって，$k = 2，3，4，\cdots$ に対して，b_k は次式で表すことができる。

$$b_k = a_{k^2-k+1} = 2(k^2-k+1)-1 = 2k^2-2k+1$$

$k=1$ のとき，$b_1 = 2\times 1^2 - 2\times 1 + 1 = 1$ となるから，この式は $k=1$ のときも成立する。よって，数列 $\{b_m\}$ の一般項は $b_m = 2m^2-2m+1$ である。

第 4 問 得　点	