

# 数 学

(数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B)

(注意事項)

1. 解答開始の指示があるまで問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子と解答用紙は別になっています。
3. 解答用紙の各ページの所定欄に受験番号、氏名を記入しなさい。
4. 計算等が必要な場合は問題冊子の余白を利用しなさい。
5. 試験終了後は問題冊子を持ち帰りなさい。

## 第 1 問

以下の問に答えよ。

- (1)  $n$  を正の整数とすると、 $n^3$  を 9 で割ったときの余りは 0, 1, 8 のいずれかであることを証明せよ。
- (2) 不定方程式  $756x + 232y = 1$  について考える。
  - (a) 756 と 232 の最大公約数を求めよ。
  - (b)  $756x + 232y = 1$  が整数解をもたないことを証明せよ。

## 第2問

10名のクラスで2科目A, Bの試験を行った。いずれも15点満点で、得点状況は下の表の通りであった。次の値を求めよ。ただし、 $\sqrt{3} = 1.732$ とする。

- (1) 科目A, Bについて、それぞれ10名の得点の平均値
- (2) 科目Aについて、10名の得点の中央値
- (3) 科目Aについて、10名の得点の四分位偏差
- (4) 科目Bについて、出席番号が奇数の者の得点の中央値
- (5) 科目Aの得点下位4名の者について、科目Aの得点と科目Bの得点の相関係数(小数第3位を四捨五入して小数第2位まで)

表: 科目A, Bの得点状況

出席番号	科目Aの得点	科目Bの得点
1	14	9
2	2	1
3	15	5
4	7	3
5	6	13
6	10	8
7	8	2
8	5	7
9	3	15
10	12	10

## 第3問

平面上の異なる3点  $O$ ,  $A(\vec{a})$ ,  $B(\vec{b})$  に対して, 線分  $OB$  の中点を  $P$  とし, 線分  $AP$  を  $2:1$  に内分する点を  $Q(\vec{q})$  とする。このとき, 以下の問に答えよ。

(1)  $\vec{q}$  を  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  を用いて表せ。

(2) 実数  $k(k > 0)$  に対して,  $\vec{OR} = k\vec{q}$  を満たす点を  $R$  とする。四角形  $OBRA$  が平行四辺形となるときの  $k$  の値を求めよ。

(3)  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{q}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 10$  のとき, 以下の問に答えよ。

(a)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を求めよ。

(b)  $|\vec{AP}|$  を求めよ。

## 第4問

$O$  を原点とする座標平面上で単位円と角  $t$  の動径の交点を  $P$ , 角  $at+b$  の動径と単位円の交点を  $S$  とする。線分  $OS$  を  $O$  が  $P$  に重なるように平行移動したものを線分  $PQ$  とする。ここで  $a, b$  は実数である。 $t$  の値と点  $Q$  の座標の関係について、以下の問に答えよ。

- (1)  $a = -1, b = \frac{\pi}{2}$  のとき, ある直線  $L$  があり, 点  $Q$  は常に直線  $L$  上にあることを示せ。
- (2)  $a = -2, b = 0, 0 \leq t < 2\pi$  のとき, 線分  $OQ$  の長さの最小値と最大値を求めよ。また, そのときの  $t$  の値と点  $Q$  の座標をすべて求めよ。