

受験番号								氏名	
------	--	--	--	--	--	--	--	----	--

【解答例】

令和 7 年度前期日程試験解答用紙（数学）

〔注意事項〕

- ・ 監督者の指示があるまで解答用紙を開いてはいけません。
- ・ 全てのページの所定欄に受験番号、氏名を記入しなさい。

受験番号								氏名	
------	--	--	--	--	--	--	--	----	--

令和 7 年度前期日程試験解答用紙（数学）

第 1 問

- (1) IOORTTT
- (2) T が 3 つ，O が 2 つ，I と R が 1 つずつであるから，その文字列の数は，
 $\frac{7!}{3!2!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2 = 420$ 通り。
- (3) 最初から順番に調べていく。
IO*****であるものは，
 $\frac{5!}{3!} = 5 \cdot 4 = 20$ 通り。
よって， 20 番目は IO*****の最後の文字列であり，IOTTTRO
- (4) 最初から RIOOTTT まで順番に調べていく。
I*****であるものは， $\frac{6!}{3!2!} = 6 \cdot 5 \cdot 2 = 60$ 通り。
O*****であるものは， $\frac{6!}{3!} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ 通り。
ここまでで，180 通りあり，次にくるのが RIOOTTT なので，RIOOTTT
は 181 番目。

第 1 問 得 点	
--------------	--

受験番号								氏名	
------	--	--	--	--	--	--	--	----	--

令和7年度前期日程試験解答用紙（数学）

第2問

- (1) $a_1 = S_1 = 6$
 $a_2 = S_2 - a_1 = 18$
(2) $n \geq 2$ のとき

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n(n+1)(n+2) - (n-1)n(n+1) \\ &= 3n(n+1) \end{aligned}$$

また $a_1 = 6$ であるから $a_n = 3n(n+1)$ は $n = 1$ のときも成り立つ。
よって $a_n = 3n(n+1)$

(3)

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k} &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{3k(k+1)} \\ &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{3} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left\{ \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \cdots \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) \\ &= \frac{n}{3(n+1)} \end{aligned}$$

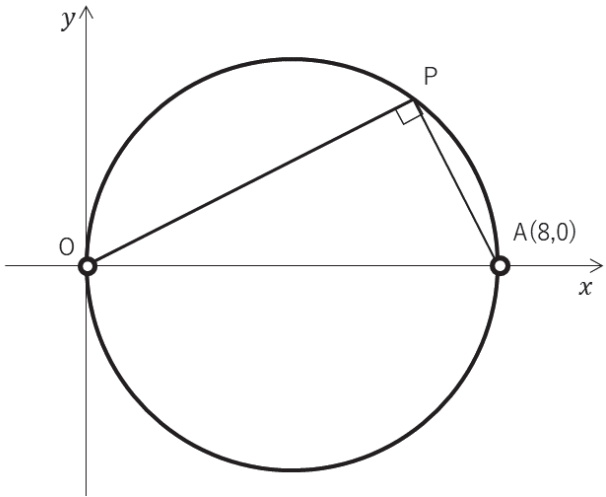
第2問 得点	
-----------	--

受験番号								氏名	
------	--	--	--	--	--	--	--	----	--

令和7年度前期日程試験解答用紙（数学）

第3問

- (1) $\triangle OPA$ は線分 OA を底辺とする直角三角形なので、点 P は、下図のように線分 OA を直径とする円上の点である。ただし点 A と点 O は $\triangle OPA$ が定義できない点なので除く。



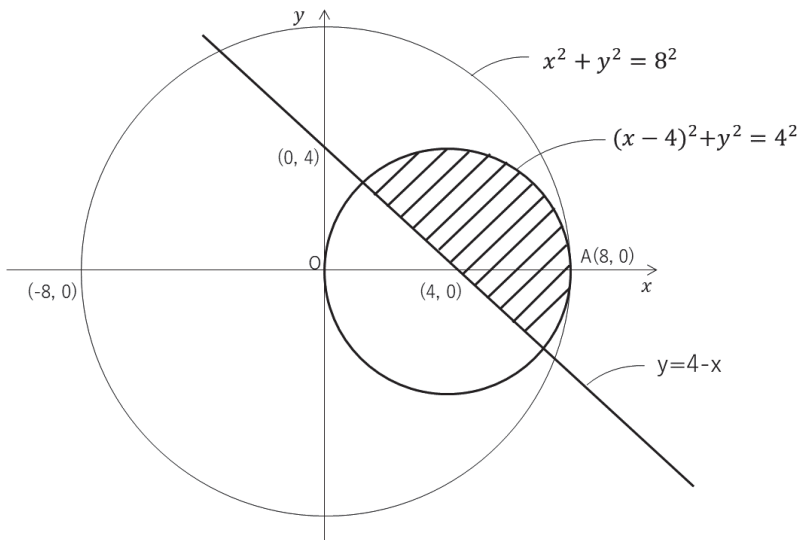
- (2) ① について、 $\angle OPA = 90^\circ$ となる点 P は線分 OA を直径とする円上にある。円周上の点 P を円の中心方向に動かすと $\angle OPA$ は鈍角になり、遠ざかると鋭角になる。よって $\angle OPA \geq 90^\circ$ となるのは点 P が線分 OA を直径とする円周上または内部にあるときである。ただし線分 OA 上に点 P があるときは $\triangle OPA$ が定義できないので除外される。また与えられた条件に「点 P は線分 OA 上にあるか、または」とあるので、① 全体としては、線分 OA を直径とする円周上および内部となる。

③ は原点を中心とする半径 8 の円周上または内部を意味する。

① の領域は全て ③ に対応する領域の内部にあるので ① と ② だけ考えればよい。

② の式を変形して $y \geq 4 - x$ を得る。よってこれは直線 $y = 4 - x$ 上または直線 $y = 4 - x$ より上の領域を表している。

また直線 $y = 4 - x$ は $(0, 4)$ を通り傾き -1 の直線である。よって ① の円の中心 $(4, 0)$ を通るので ① の円を二等分する直線である。よって、求める領域は次図の斜線部分である。領域は境界を含む。



- (3) 面積を求める領域は ① の円を二等分した片側である。よって、面積は $\pi \times 4^2 \div 2 = 8\pi$

第3問 得点	
-----------	--

受験番号								氏名	
------	--	--	--	--	--	--	--	----	--

令和7年度前期日程試験解答用紙（数学）

第4問

(1) 加法定理より,

$$\begin{aligned}
 \sin \angle A &= \sin 105^\circ \\
 &= \sin (60^\circ + 45^\circ) \\
 &= \sin 60^\circ \cos 45^\circ + \cos 60^\circ \sin 45^\circ \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}
 \end{aligned}$$

(2) 辺 CA の長さを b とする。このとき、正弦定理より,

$$\begin{aligned}
 \frac{a}{\sin \angle A} &= \frac{b}{\sin \angle B} \\
 \frac{b}{a} &= \frac{\sin 30^\circ}{\sin 105^\circ} \\
 &= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \\
 &= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}
 \end{aligned}$$

したがって,

$$b = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} \times a = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} \times 2 = \sqrt{6}-\sqrt{2}$$

次に、三角形 ABC の面積について,

$$\frac{1}{2}ab \sin \angle C = \frac{1}{2} \times 2 \times (\sqrt{6}-\sqrt{2}) \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}-1$$

(3) 辺 CA の長さを b とする。前問 (2) の解答より,

$$b = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}a$$

また、三角形 ABC の面積を s とすると,

$$s = \frac{1}{2}ab \sin \angle C = \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}a \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-1}{4}a^2$$

さて、 $1.7 < \sqrt{3} < 1.8$ より,

- $a = 2 \implies s = \sqrt{3} - 1 < 0.8$
- $a = 3 \implies s = \frac{9}{4}(\sqrt{3} - 1) < \frac{9}{4} \times 0.8 = 1.8$
- $a = 4 \implies s = 4(\sqrt{3} - 1) > 4 \times 0.7 = 2.8$

ここで、 a の値が増加すれば s の値も増加するので、 $a \geq 4$ ならば $s > 2$ 。
したがって、 $a = 4$ が $s > 2$ を満たす最小の整数である。

第4問 得点	
-----------	--