

数 学

(数 I ・ 数 II ・ 数 A ・ 数 B)

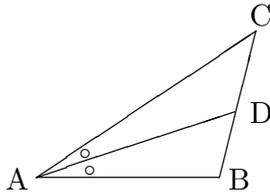
(注意事項)

1. 解答開始の指示があるまで問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子と解答用紙は別になっています。
3. 解答用紙の各ページの所定欄に受験番号、氏名を記入しなさい。
4. 計算等が必要な場合は問題冊子の余白を利用しなさい。
5. 試験終了後は問題冊子を持ち帰りなさい。

数学

第 1 問

下の図のように、 $\triangle ABC$ において、 $\angle CAB$ の二等分線と辺 BC との交点を D とする。このとき、以下の問に答えよ。



- (1) $AB : AC = BD : DC$ が成り立つことを示せ。
- (2) $\angle CAB = 45^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 1$ とするとき、 AD^2 を求めよ。
- (3) $\cos 22.5^\circ$ の値を求めよ。

第2問

1 辺の長さが 6 の正四面体 $OABC$ を考える。頂点 O と頂点 A の座標をそれぞれ $O(0, 0, 0)$, $A(6, 0, 0)$ とする。頂点 B の z 座標は 0, 頂点 C の z 座標は正である。また, 辺 OC , AB の中点をそれぞれ M , N とする。以下の間に答えよ。

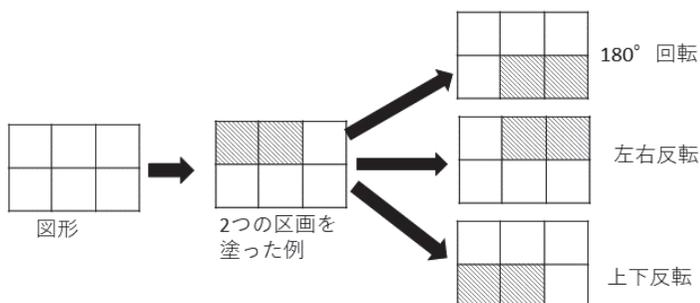
- (1) 条件をみたすような正四面体はいくつあるか求めよ。
- (2) \overrightarrow{OB} および \overrightarrow{OC} を成分で表せ。
- (3) \overrightarrow{MN} を成分で表せ。
- (4) $OC \perp MN$ であることを示せ。

数学

第3問

縦2, 横3の長方形を6つの正方形の区画に分割した図形を考える。この6つの区画から異なる2つの区画を選んで同じ色に塗ってできる模様について, 以下の問に答えよ。

- (1) 6つの区画から異なる2つの区画を選ぶ選び方は全部で何通りあるか求めよ。
- (2) 2つの区画を塗った模様に対して, 下の図のような 180° 回転, 左右反転, 上下反転の操作を考える。これらの操作を組み合わせると, 同じ模様になるものを1つのグループにまとめた다고すると, グループはいくつあるか求めよ。



- (3) (2) で求めたグループについて考える。区画の選び方がすべて同様に確からしいとして, 出現確率をもっとも小さいグループの模様はどのようなものか, そのうちの1つを具体的に描いて示せ。また, そのグループの模様の出現確率を求めよ。

第4問

実数 a, b は定数で, $b > 0$ を満たすとする。 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲における関数

$$f(x) = (a + \sin x)^2 + (b + \cos x)^2$$

について以下の問に答えよ。

- (1) $a = 0$ のとき, $f(x)$ の最大値および最小値を求めよ。
- (2) $a \geq 0$ および $a < 0$ のときの $f(x)$ の最大値をそれぞれ求めよ。
- (3) $f(x)$ の最小値を求めよ。